

1 次の2次関数を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形せよ。

(1) $y=x^2-8x$

$$y = (x-4)^2 - 4^2$$

$$= (x-4)^2 - 16$$

(2) $y=x^2+4x$

$$y = (x+2)^2 - 2^2$$

$$= (x+2)^2 - 4$$

(3) $y=x^2-6x+10$

$$y = (x-3)^2 - 3^2 + 10$$

$$= (x-3)^2 - 9 + 10$$

$$= (x-3)^2 + 1$$

(4) $y=x^2+2x-4$

$$y = (x+1)^2 - 1^2 - 4$$

$$= (x+1)^2 - 5$$

(5) $y=2x^2-12x$

$$y = 2(x^2-6x)$$

$$= 2(x-3)^2 - 2 \times 3^2$$

$$= 2(x-3)^2 - 18$$

(6) $y=-3x^2+6x$

$$y = -3(x^2-2x)$$

$$= -3(x-1)^2 + 3 \times 1^2$$

$$= -3(x-1)^2 + 3$$

2 次の2次関数のグラフの頂点を求め、そのグラフをかけ。

(1) $y=2x^2-8x+4$

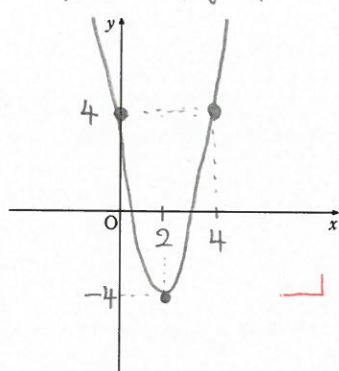
$$y = 2(x^2-4x) + 4$$

$$= 2(x-2)^2 - 2 \times 2^2 + 4$$

$$= 2(x-2)^2 - 4$$

頂点 $(2, -4)$

$x=0$ のとき $y=4$



(2) $y=-x^2+2x+1$

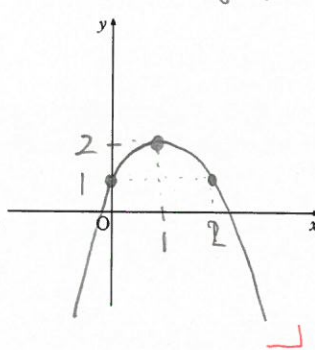
$$y = -(x^2-2x) + 1$$

$$= -(x-1)^2 + 1 + 1$$

$$= -(x-1)^2 + 2$$

頂点 $(1, 2)$

$x=0$ のとき $y=1$



3 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

(1) $y=-x^2+2x+2$

$$y = -(x^2-2x) + 2$$

$$= -(x-1)^2 + 1 + 2$$

$$= -(x-1)^2 + 3$$

頂点 $(1, 3)$, 上に凸



最大値 3 ($x=1$)

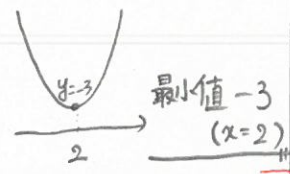
(2) $y=2x^2-8x+5$

$$y = 2(x^2-4x) + 5$$

$$= 2(x-2)^2 - 2 \times 2^2 + 5$$

$$= 2(x-2)^2 - 3$$

頂点 $(2, -3)$, 下に凸



最小値 -3 ($x=2$)

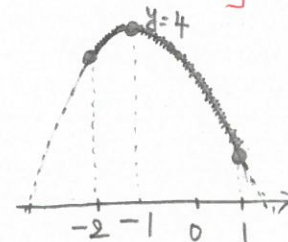
4 関数 $y=-x^2-2x+3$ ($-2 \leq x \leq 1$) の最大値、最小値を求めよ

$$y = -(x^2+2x) + 3$$

$$= -(x+1)^2 + 1 + 3$$

$$= -(x+1)^2 + 4$$

頂点 $(-1, 4)$, 上に凸



$x=1$ のとき

$$y = -1 - 2 + 3$$

$$= 0$$

最大値 4 ($x=-1$ のとき)

最小値 0 ($x=1$ のとき)

1 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

(1) 頂点が点(5, -2)で、点(6, -4)を通る。

$$y = a(x-5)^2 - 2 \text{ とする。}$$

(6, -4) を通るから

$$a(6-5)^2 - 2 = -4$$

$$a \times 1^2 - 2 = -4$$

$$a - 2 = -4$$

$$a = -2$$

$$\text{よって } y = -2(x-5)^2 - 2$$

(2) グラフの軸が直線 $x=2$ で、2点(4, 1), (6, -5)を通る。

$$y = a(x-2)^2 + b \text{ とする。}$$

(4, 1) を通るから

$$a(4-2)^2 + b = 1$$

$$4a + b = 1 \dots \textcircled{1}$$

(6, -5) を通るから

$$a(6-2)^2 + b = -5$$

$$16a + b = -5 \dots \textcircled{2}$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{2} - \textcircled{1} \\ 12a = -6 \\ a = -\frac{1}{2} \end{array} \rightarrow \text{よって } y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$$

$$\textcircled{1} \text{ より } -2 + b = 1 \rightarrow b = 3$$

2 3点(0, -1), (1, 5), (2, 21)を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

$$y = ax^2 + bx + c \text{ とする。}$$

(0, -1) を通るから

$$c = -1 \dots \textcircled{1}$$

(1, 5) を通るから

$$a + b + c = 5 \dots \textcircled{2}$$

(2, 21) を通るから

$$4a + 2b + c = 21 \dots \textcircled{3}$$

①と②に代入

$$a + b = 6 \dots \textcircled{2'}$$

①と③に代入

$$4a + 2b = 22$$

$$2a + b = 11 \dots \textcircled{3'}$$

③' - ②' より

$$a = 5$$

さらに、②'に代入すると

$$b = 1$$

$$\text{よって } y = 5x^2 + x - 1$$

3 次の問いに答えよ。

(1) 次の2次関数のグラフは、 $y = -3x^2$ のグラフを x 軸方向、 y 軸方向にどれだけ平行移動したものか。

$$y = -3(x-2)^2 + 8$$

頂点(2, 8)より、元のグラフの頂点(0, 0)から

x 軸方向に 2, y 軸方向に 8

(2) 次の2次関数の最大値、最小値があれば、それを求めよ。

$$y = -3x^2 - 9x - 5$$

$$y = -3(x^2 + 3x) - 5$$

$$= -3(x + \frac{3}{2})^2 + 3x(\frac{3}{2}) - 5$$

$$= -3(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{27}{4} - \frac{20}{4}$$

$$= -3(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4}$$

最大値 $\frac{7}{4}$
($x = -\frac{3}{2}$ のとき)

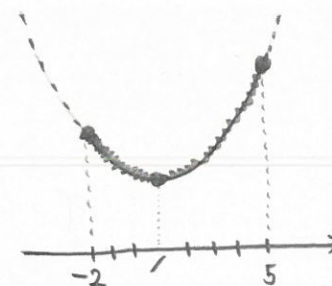
(3) 次の関数の最大値、最小値を求めよ。

$$y = x^2 - 2x - 3 \quad (-2 \leq x \leq 5)$$

$$y = (x-1)^2 - 1 - 3$$

$$y = (x-1)^2 - 4$$

頂点(1, -4), \cup



$$\begin{array}{l} x=5 \text{ のとき} \\ y = 25 - 10 - 3 \\ = 12 \end{array}$$

最大値 12 ($x=5$ のとき)
最小値 -4 ($x=1$ のとき)

1 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2 - 7x + 12 = 0$

$(x-3)(x-4) = 0$

$x = 3, 4$]

(2) $x^2 + 7x - 18 = 0$

$(x-2)(x+9) = 0$

$x = 2, -9$]

(3) $3x^2 - 7x - 6 = 0$

$(x-3)(3x+2) = 0$

$x = 3, -\frac{2}{3}$]

2 次の2次方程式を、解の公式を使って解け。

(1) $x^2 - 5x + 3 = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2}$
 $= \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$]

(2) $3x^2 + 2x - 2 = 0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$
 $= \frac{-2 \pm \sqrt{4+24}}{6}$
 $= \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{6}$
 $= \frac{-2 \pm 2\sqrt{7}}{6}$
 $= \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{3}$]

3 次の2次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1) $x^2 + x - 5 = 0$

$D = 1^2 - 4 \times 1 \times (-5)$

$= 1 + 20$

$= 21$

$D > 0$]

2個]

(2) $3x^2 + 5x + 4 = 0$

$D = 5^2 - 4 \times 3 \times 4$

$= 25 - 48$

$= -23$

$D < 0$]

0個]

(3) $9x^2 - 30x + 25 = 0$

$D = 30^2 - 4 \times 9 \times 25$

$= 900 - 900$

$= 0$

$D = 0$] 1個]

4 2次方程式 $3x^2 + 2x + m = 0$ について、次の問いに答えよ。

(1) 異なる2つの実数解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

$D = 2^2 - 4 \times 3 \times m$

$= 4 - 12m$]

$D > 0$]

$4 - 12m > 0$]

$-12m > -4$

$m < \frac{1}{3}$]

(2) 重解をもつとき、定数 m の値を求めよ。

$D = 4 - 12m$]

$D = 0$]

$4 - 12m = 0$

$-12m = -4$

$m = \frac{1}{3}$]

5 次の2次関数のグラフと x 軸の共有点の x 座標を求めよ。

(1) $y = x^2 + 5x - 6$

$x^2 + 5x - 6 = 0$

$(x+6)(x-1) = 0$

$x = -6, 1$]

(2) $y = x^2 + 4x + 4$

$x^2 + 4x + 4 = 0$

$(x+2)^2 = 0$

$x = -2$]

6 次の2次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

(1) $y = 3x^2 + 2x - 1$

(2) $y = -2x^2 + 4x - 5$

(3) $y = 9x^2 + 12x + 4$

(1) $D = 2^2 - 4 \times 3 \times (-1)$ (2) $D = 4^2 - 4 \times (-2) \times (-5)$

$= 4 + 12$

$= 16 - 40$

$= 16$

$= -24$

2個]

0個]

(3) $D = 12^2 - 4 \times 9 \times 4$

$= 144 - 144$

$= 0$

1個]

7 2次関数 $y = x^2 - 3x + 2m$ のグラフが x 軸と異なる2点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。

$D = 3^2 - 4 \times 1 \times 2m$

$= 9 - 8m$]

$D > 0$]

$9 - 8m > 0$

$-8m > -9$

$m < \frac{9}{8}$]

1 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - x - 12 > 0$

(2) $x^2 - 2x - 8 \leq 0$

$(x+3)(x-4) > 0$

$(x-4)(x+2) \leq 0$



$x < -3, 4 < x$

$-2 \leq x \leq 4$

2 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 + 4x - 3 < 0$

(2) $x^2 - 2x - 2 \geq 0$

$x^2 + 4x - 3 = 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2}$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4 \times (-3)}}{2}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{16+12}}{2}$

$= \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2}$

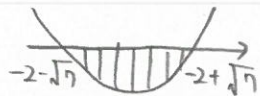
$= 1 \pm \sqrt{3}$

$= \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{2}$



$= -2 \pm \sqrt{7}$

$x \leq 1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3} \leq x$



$-2 - \sqrt{7} < x < -2 + \sqrt{7}$

3 次の2次不等式を解け。

(1) $-x^2 - 6x - 8 > 0$

(2) $-x^2 + 3x + 10 \leq 0$

$x^2 + 6x + 8 < 0$

$x^2 - 3x - 10 \geq 0$

$(x+4)(x+2) < 0$

$(x-5)(x+2) \geq 0$



$-4 < x < -2$

$x \leq -2, 5 \leq x$

4 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 + 2x + 1 > 0$

(2) $x^2 - 2x + 3 \leq 0$

$(x+1)^2 > 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-12}}{2}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2}$



$x = -1$ 以外すべての実数

解なし